

Αξιολογία της διδακτικής των Μαθηματικών και το νέο Δ.Ε.Π.Π.Σ. των Μαθηματικών του δημοτικού σχολείου

N. Λυγερός, Α. Παυλίδης

Δρ Λυγερός Νίκος

Καθηγητής Μαθηματικών

Πανεπιστημίου Λυών

- Δρ Παυλίδης Αντώνης

Σχολικός Σύμβουλος

Μαθηματικά και ζωή

Δεν υπάρχει εποχή στην ιστορία της ανθρωπότητας, στην οποία δεν ήταν χρήσιμα τα μαθηματικά. Όλα τα προϊόντα του ανθρώπινου πολιτισμού απαιτούν τη χρήση τους: Από την πιο απλή τηλεφωνική συσκευή, μέχρι το πιο πολύπλοκο σύστημα υπολογιστών.

Σύμφωνα με τον Κινέζο φιλόσοφο Λάο Τσε, η αξία των Μαθηματικών γίνεται αισθητή αν προσπαθήσουμε να φανταστούμε τον κόσμο μας χωρίς αυτά. Τότε κανένα από τα δημιουργήματα του ανθρώπινου πολιτισμού δεν θα υπήρχε, ο κόσμος μας θα βρισκόταν σε πρωτόγονη κατάσταση.

Οι μαθηματικές αλήθειες είναι σταθερές, ότι έχει αποδειχθεί στα μαθηματικά έχει αιώνια αξία. Αυτό δεν ισχύει στις επιστήμες. Τα μαθηματικά είναι επίτευγμα του ανθρώπινου νου, άρα της σκέψης του. Η σκέψη μας δημιουργεί ιδέες και οι ιδέες μαθηματικά. Διότι βλέπουμε μόνο αυτά που καταλαβαίνουμε. Με άλλα λόγια, ακόμη κι αν θεωρήσουμε ότι ο κόσμος και ο άνθρωπος είναι ανεξάρτητα, όπως πίστευε ο Γαλιλαίος, παραμένει η ιδέα ότι η πραγματικότητά τους είναι αναγκαστικά κοινή. Σημασία λοιπόν έχει αυτή η πραγματικότητα. Και τα Μαθηματικά, με τις αφηρημένες τους ιδέες, δημιουργούν την πραγματικότητα. Τα μαθηματικά είναι η κωδικοποιημένη σκέψη μας και η σκέψη μας οι ιδέες των Μαθηματικών.

Με την προηγούμενη ιδέα μπορούμε να ερμηνεύσουμε απλά την ικανότητα των Μαθηματικών να δημιουργήσουν μοντέλα, οι εφαρμογές των οποίων είναι αποτελεσματικές στην επιστήμη και γενικότερα στη ζωή. Οι ιδέες των Μαθηματικών επιτρέπουν μια ολιστική αντίληψη του κόσμου και μ' αυτήν η ερμηνεία του κόσμου είναι μια διαφοροποίηση ενοποιημένων εννοιών. Η ύλη των Μαθηματικών είναι η ενέργεια της σκέψης και η ύλη της σκέψης είναι η

πραγματοποίηση των Μαθηματικών. Άρα το επόμενο στάδιο αυτής της αλληλεπίδρασης είναι η κατανόηση της πολυπλοκότητας. Ειδικότερα πως η εξέλιξη πολλαπλών απλών κανόνων έχει τη δυνατότητα να δημιουργήσει με την πολυπλοκότητά της μια παραγωγική δομή. Διότι καταλαβαίνοντας αυτό το φαινόμενο, θα καταλάβουμε και την ίδια μας τη λειτουργία. Διότι με την πολυπλοκότητα δημιουργούμε τη συνείδησή μας. Το βιβλίο της σκέψης είναι γραμμένο με τα μαθηματικά της σκέψης μας.

Γνωστικό όριο και διδακτική των μαθηματικών

Στη διδακτική των μαθηματικών αντιμετωπίζουμε μια φοβία εκ μέρους των εκπαιδευτικών που προέρχεται από την πεποίθηση ότι οι μαθητές δεν έχουν τις αναγκαίες ικανότητες στον τομέα των μαθηματικών. Οι ίδιοι όμως ξεχνούν ότι και τα μαθηματικά έχουν τη δική τους ορολογία και τεχνική που εμποδίζει τους μαθητές δίχως αυτό να σημαίνει ότι έχουν φτάσει τα όρια τους όσον αφορά στις γνωστικές τους ικανότητες. Μια αλλαγή προσέγγισης του αρχικού προβλήματος ή θέματος επιτρέπει στο μαθητή να ενισχύσει το γνωστικό του επίπεδο, το οποίο θα εφοδιάσει μεταγενέστερα με μαθηματικές γνώσεις.

Μέσω της συνειδητοποίησης του γνωστικού ορίου, η διδακτική των Μαθηματικών μπορεί να υπερπηδήσει τη δυσκολία της μαθηματικής τεχνικής και να βοηθήσει το μαθητή να ξεπεράσει τα αναμενόμενα εμπόδια. Το γινόμενο της πράξης μαθηματικά και γνωστικά δεν είναι συμμετρικό ως προς τα δύο αντικείμενα διότι η πράξη δεν είναι αντιμεταθετική. Συνεπώς ο εκπαιδευτικός πρέπει να ελαχιστοποιεί τη μαθηματική δυσκολία μέσω του γνωστικού επιπέδου κάνοντας χρήση της ασυμμετρίας των δεδομένων. Αυτή η μεθοδολογία γίνεται ακόμα πιο αποτελεσματική με τα γνωστικά και τα οπτικά μαθηματικά όπου δίνεται έμφαση στον νοητικό προβληματισμό σε σχέση με την πολυπλοκότητα του μαθηματικού αντικειμένου και εργαλείου. Η γνώση του γνωστικού ορίου δημιουργεί το πλαίσιο ανάπτυξης μιας διαφορετικής μεθοδολογίας. Άρα το εμπόδιο βοηθάει.

Τεχνολογία και Μαθηματικά

Ένα από τα καλύτερα παραδείγματα για να εισχωρήσουμε στην κοινή τομή των μαθηματικών και της τεχνολογίας είναι ο Leonardo da Vinci ο οποίος δεν ήταν ούτε μαθηματικός ούτε μηχανικός με την κλασική τους έννοια. Παρά την ύπαρξη μιας διευκρινιστικής φράσης περί της αναγκαιότητας των μαθηματικών για την

ανάγνωση του έργου του, ο Leonardo da Vinci ανήκει στους ανθρώπους που τα χρησιμοποίησαν με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο για τη δημιουργία του έργου τους. Και το ίδιο ισχύει για την τεχνολογία. Η τέχνη του είχε φτάσει σ' ένα επίπεδο που του επέτρεπε να απορροφήσει τα αποτελέσματα των μαθηματικών και της τεχνολογίας δίχως αυτά να φαίνονται στην τελική μορφή του έργου του. Και αν δεν είχαμε πρόσβαση στις μελέτες του και στις σπουδές του, δεν θα γνωρίζαμε το βάθος των μαθηματικών και της τεχνολογίας που χρησιμοποίησε. Με τον συνδυασμό του αφαιρετικού και του πρακτικού, του μοντέλου και της υλοποίησης, ο Leonardo da Vinci αποδεικνύει ότι το καταλυτικό υπόβαθρο της τέχνης είναι ένα δυναμικό νοητικό σχήμα. Αυτό το νοητικό σχήμα μπορεί να αξιοποιηθεί και στην εκπαίδευση μ' έναν διπλό τρόπο. Η εύχρηστη τεχνολογία επιτρέπει την πρόσβαση σε υψηλού επιπέδου μαθηματικά. Και τα μαθηματικά με τη στρατηγική τους και την αλγοριθμική διαμορφώνουν το νοητικό πλαίσιο της υλοποίησης μέσω της τεχνολογίας. Συνεπώς πρέπει και η εκπαίδευση να χρησιμοποιήσει αυτό το διτροπικό μέσο για να ενισχύσει τη δημιουργικότητα του φοιτητή, του μαθητή αλλά και του παιδιού σε γενικότερο πλαίσιο. Αυτά τα νοητικά και υλικά εργαλεία με την αποτελεσματικότητά τους δίνουν πρόσβαση σε δύσκολα προβλήματα που εξασφαλίζουν μέσω της ύπαρξής τους την αλλαγή φάσης του γνωστικού επιπέδου του εκπαιδευόμενου. Επιπλέον όπως είναι εκ φύσης πειραματικά, ο εκπαιδευόμενος μπορεί να τα μελετήσει ενεργά. Έτσι συνθέτει με τις γνώσεις που αποθηκεύει και οι πληροφορίες δεν συσσωρεύονται απλώς στον εγκέφαλο του. Λειτουργούν δομικά και στην πραγματικότητα συσκευάζουν τη νοοσφαίρα του ανθρώπινου όντος. Υπάρχει λοιπόν ένα δυναμικό πλαίσιο που προκαλεί μια καθοριστική εξέλιξη. Αυτό σημαίνει ότι η ίδια η εκπαίδευση πρέπει να συνδυάσει αυτά τα μαθήματα και όχι να τα ξεχωρίσει μ' έναν δογματικό τρόπο. Διότι αυτός ο διαχωρισμός που ήταν ήδη καταστροφικός στην εποχή του Αρχιμήδη, είναι πλέον εκτός πραγματικότητας με την ύπαρξη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η σκέψη αυτή δεν προϋποθέτει την ύπαρξη της τεχνητής νοημοσύνης εφόσον ενσωματώνει και τα μαθηματικά και την τεχνολογία στην εξέλιξη του ανθρώπου. Και εφόσον το παιδί ανήκει σε αυτό το πλαίσιο, μέσω της εκπαίδευσης μπορεί όχι μόνο να αναδειξει το ανθρώπινο στοιχείο του αλλά να γίνει άνθρωπος και με την έννοια του κριτηρίου της δημιουργίας με την ελευθερία που του δίνεται. Ο Leonardo da Vinci έδειξε ότι ο δρόμος υπάρχει. Η εκπαίδευση δεν έχει ανάγκη να το εξηγήσει αλλά να το χρησιμοποιήσει ως πληροφορία που αλλάζει τα δεδομένα και επιτρέπει στο άτομο να γίνει άνθρωπος.

Δομικά στοιχεία και ανάπτυξη του παιδιού

Ένας αποτελεσματικός τρόπος εξέτασης των δομικών στοιχείων σε σχέση με την ανάπτυξη του παιδιού, είναι η μελέτη των γεωμετρικών σχημάτων. Αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν με αναπαραγωγικό ή αφαιρετικό τρόπο. Επιπλέον, υπάρχει και η δυνατότητα του λεκτικού συνδυασμού ακόμα και αν το γεωμετρικό εργαλείο

επιτρέπει παρατηρήσεις δίχως γλωσσολογικό υπόβαθρο. Η αφαιρετικότητα των γεωμετρικών σχημάτων μέσω της απλότητας, αγγίζει την ουσία της δομής. Γι' αυτόν τον λόγο χρησιμοποιούμε μόνο το μολύβι και το λευκό χαρτί. Το παιδί από πολύ μικρή ηλικία γνωρίζει την κυκλικότητα δίχως απαραίτητα να μπορεί να ζωγραφίζει έναν κύκλο. Η πρώτη διαφοροποίηση γίνεται με το τετράγωνο δίχως αυτό να σημαίνει ότι το παιδί κατανοεί την έννοια της γωνίας. Το τετράγωνο ως παραλληλόγραμμο μπορεί να ζωγραφιστεί και χωρίς γωνίες εφόσον το παιδί ακολουθεί τον παραλληλισμό. Όσον αφορά στο κλείσιμο, το απαραίτητο νοητικό υπόβαθρο είναι πιο χαμηλό. Η πραγματική δυσκολία εμφανίζεται με το τρίγωνο. Αυτό το γεωμετρικό σχήμα παράγει εμπόδια διότι οι γωνίες είναι πολύ κλειστές και το παιδί δεν τις βλέπει όλες εξαιτίας της κίνησης του χεριού που παρενοχλεί το μάτι. Εκτός από το σχήμα, μπορούμε εκ των υστέρων ν'αναλύσουμε και τους συνδυασμούς σχημάτων. Με αυτόν τον τρόπο εισχωρούμε και στη βασική θεωρία ομάδων με την έννοια που *εμπεριέχει*. Το παιδί μαθαίνει αυτήν τη φορά να υπολογίζει και το περιβάλλον του σχήματος. Η υλοποίηση του προβλήματος είναι συνήθως ενδεικτική του επιπέδου του. Και κάθε λεπτομέρεια του σχήματος μάς μαθαίνει τις δυσκολίες του παιδιού, ενώ τα βέλη είναι καθοριστικά για τον εντοπισμό τάσεων δυσλεξίας. Έτσι, αυτό το πρόβλημα μπορεί ν'αντιμετωπιστεί πριν ακόμα την εκμάθηση του γραπτού λόγου. Το επόμενο βήμα χρησιμοποιεί και το γέμισμα δομών δίχως όμως χρωματισμό ούτε σκιές. Σε αυτήν τη φάση το σχέδιο δεν είναι ελεύθερο. Ο λόγος είναι η ανάγκη μεγιστοποίησης της ανάδρασης για τον έλεγχο νοητικής υστέρησης. Το γέμισμα με την έννοια του πλαισίου δημιουργεί στο παιδί το αίσθημα των αναγκαίων συνθηκών, με άλλα λόγια της ύπαρξης του κανόνα. Αυτός ο κανόνας όμως δεν είναι αυθαίρετος. Είναι τεχνητός και είναι το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης μεταξύ του στόχου του δασκάλου και της υλοποίησης του σχήματος από τον μαθητή. Έτσι το παιδί αντιλαμβάνεται ότι με αυτόν τον τρόπο παραμένει ελεύθερο να εκφραστεί και προσπαθεί περισσότερο. Συνεπώς, ο δάσκαλος έχει και περισσότερες ενδείξεις για να κατανοήσει καλύτερα τα χαρακτηριστικά του ακόμα και αν δεν υπάρχει άμεση χρήση της γλώσσας. Αυτή η μεθοδολογία είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική όταν υπάρχουν προβλήματα έκφρασης εκ μέρους του παιδιού. Και όπως προσφέρει ένα πλαίσιο ανάπτυξης, η ανάδραση είναι θετικότερη και για τα δύο στοιχεία του ασύμμετρου ζευγαριού *δάσκαλος-μαθητής*. Η κατανόηση των δομικών στοιχείων παράγει ένα πεδίο όπου η επινόηση της ανάπτυξης του παιδιού δεν είναι μόνο εφικτή αλλά και καταλυτική.

Το Δ.Ε.Π.Π.Σ. και το Α.Π.Σ. και η αναγκαιότητα νέας

μεθοδολογικής προσέγγισης στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Τα νέα διδακτικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του δημοτικού σχολείου έχουν συγγραφεί σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο

Προγραμμάτων Σπουδών) και Α.Π.Σ. (Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών), που προβλέπονται από το νόμο 2525 του 1997 και εκδόθηκαν με το ΦΕΚ 303, τεύχος Β'/13-3-2003. Μέχρι το 1997 ίσχυε η διάταξη του νόμου 1566/85, όπου προβλεπόταν μόνο η έκδοση Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών.

Το Δ.Ε.Π.Π.Σ., όπως αναφέρεται και στην ονομασία του, είναι **Διαθεματικό**, επειδή δεν περιχαρακώνεται σε ένα γνωστικό αντικείμενο, αλλά συνεργάζεται με τα υπόλοιπα, στο μέτρο που αυτό είναι δυνατό. Είναι επίσης **Ενιαίο**, γιατί γίνεται προσπάθεια ενιαιοποίησης των προγραμμάτων της 9χρονης υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Έτσι οι σκοποί της διδασκαλίας των γνωστικών αντικειμένων είναι κοινοί για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο. Είναι επίσης **Πλαίσιο**, γιατί περιγράφει το πλαίσιο που περιλαμβάνει την ύλη του κάθε μαθήματος, ενώ αναλυτικά η ύλη περιλαμβάνεται στο Α.Π.Σ.

Σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. ο σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών *«εντάσσεται στους γενικότερους σκοπούς της εκπαίδευσης και αφορά τη συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή και την επιτυχή κοινωνική ένταξή του, εφόσον τα μαθηματικά:*

-Ασκοούν το μαθητή στη μεθοδική σκέψη, στην ανάλυση, στην αφαίρεση, στη γενίκευση, στην εφαρμογή, στην κριτική και στις λογικές διεργασίες και τον διδάσκουν να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια.

-Αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, την επιμονή, την πρωτοβουλία, τη δημιουργική φαντασία, την ελεύθερη σκέψη, καλλιεργούν την αίσθηση της αρμονίας, της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό πνεύμα.

-Είναι απαραίτητα στην καθημερινή ζωή και ιδιαίτερα στο χώρο εργασίας, αλλά και στην εξέλιξη και ανάπτυξη των άλλων επιστημών και ιδιαίτερα της Τεχνολογίας, της Οικονομίας και των Κοινωνικών Επιστημών»[1].

Στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών ως ειδικοί σκοποί της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο αναφέρονται:

«-Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων

-Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας

-Η κατανόηση βασικών μαθηματικών μεθόδων

-Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την

αποδεικτική διαδικασία

-Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων

-Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των

Μαθηματικών

-Η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης

-Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά»[2].

Για να είναι η διδασκαλία των Μαθηματικών συμβατή με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. και το Α.Π.Σ., είναι αναγκαίο να διαμορφωθεί στο σχολείο και στην τάξη ένα μαθησιακό περιβάλλον, βασικά στοιχεία του οποίου είναι:

-Να κατανοήσουν οι μαθητές την αξία των μαθηματικών και συνεπώς τη χρησιμότητά τους στη ζωή.

-Ενεργός συμμετοχή των μαθητών στη διδακτική πράξη και συγκεκριμένα σε μαθηματικές δραστηριότητες, που δεν τις απομνημονεύουν, αλλά τις κατανοούν, που έχουν νόημα γι' αυτούς.

-Αξιοποίηση της γνώσης που έχει ήδη ο μαθητής για να οδηγηθεί στη νέα.

-Κατανόηση όλων των μηχανισμών λειτουργίας της μαθηματικής σκέψης και όχι απομνημόνευση.

-Απόκτηση από το μαθητή ικανοτήτων διαχείρισης πληροφοριών και κριτικής σκέψης, που θα τον βοηθήσουν ν' αποκτήσει στρατηγική επίλυσης προβλημάτων, όχι μόνο μαθηματικών, αλλά ευρύτερου χαρακτήρα, της καθημερινής ζωής.

-Αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, μέσω των οποίων η διδακτική πράξη αποκτά νέα δυναμική, γιατί μπορούν να εφαρμοστούν σε πολλές περιπτώσεις του αναλυτικού προγράμματος, αλλά και να συνδέσουν τα μαθηματικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα.

-Σε κάθε περίπτωση λαμβάνονται υπόψη οι ιδιαιτερότητες των μαθητών, έτσι ώστε να προσαρμοστεί η διδακτική πράξη σ' αυτές, ενώ δεν πρέπει να λησμονείται ότι οι μαθητές είναι παιδιά και συνεπώς η χρήση των παιχνιδιών για την ανακάλυψη νέων γνώσεων και την εμπέδωση των ήδη γνωστών, αποτελεί ένα αποτελεσματικό μέσο διδασκαλίας.

Σύμφωνα με τις νεότερες μεθοδολογικές προσεγγίσεις, ο ρόλος του εκπαιδευτικού αλλάζει. Δεν είναι πλέον αυθεντία. Δεν είναι ο κυρίαρχος πόλος της τάξης. Πηγαίνει δίπλα στο μαθητή. Γίνεται κι αυτός ένα μέλος της ομάδας,

συμμετέχοντας ενεργά στη διδασκαλία ως ένας επί πλέον μαθητής, αποφεύγοντας να μονοπωλεί το λόγο. Στηρίζει, ενθαρρύνει, εμπνέει τους μαθητές, δείχνοντάς τους με βιωματικό τρόπο τη χαρά της ανακάλυψης της γνώσης. Για να το πετύχει όμως αυτό, οφείλει να γνωρίζει το μηχανισμό με τον οποίο οι μαθητές του κατανοούν τις μαθηματικές έννοιες, να εντοπίζει τα λάθη που πραγματοποιούν και στη συνέχεια να ερμηνεύει τις αιτίες στις οποίες οφείλονται αυτά.

Επί πλέον δεν μένει προσκολλημένος στο διδακτικό εγχειρίδιο και στη σειρά της ύλης που πρέπει να διδαχθεί. Σε κάθε περίπτωση προσαρμόζει το περιεχόμενο της διδασκαλίας του στις ιδιαιτερότητες και στο γνωστικό επίπεδο των μαθητών του. Κατά συνέπεια πολλές από τις δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στα διδακτικά εγχειρίδια, είναι αναγκαίο να τις αντικατασταστήσει με άλλες.

Στο νέο διδακτικό περιβάλλον, στο κέντρο της τάξης βρίσκεται ο μαθητής. Η διδακτέα ύλη των Μαθηματικών οφείλει να συνδέει την καθημερινότητα των μαθητών με τα άλλα γνωστικά αντικείμενα: γλώσσα, γεωγραφία, ιστορία, φυσική, τέχνη, κλπ. Τα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν οι μαθητές θα πρέπει να συνδέονται με πραγματικές καταστάσεις, με τις εμπειρίες τους. Μόνο τότε θα εμπλακούν δημιουργικά στη μαθηματική πράξη, γιατί τότε οι καταστάσεις και τα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν και να ερμηνεύσουν θα έχουν νόημα γι' αυτούς, όπως προαναφέραμε.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.)
Μαθηματικών για το Δημοτικό Σχολείο

(Φ.Ε.Κ., τεύχος Β', αριθμός 303/13-3-2003, σελίδες 3983-3985).

**ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΟ ΕΝΙΑΙΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

1. Σκοπός της διδασκαλίας του μαθήματος

Ο σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών εντάσσεται στους γενικότερους σκοπούς της Εκπαίδευσης και αφορά τη συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή και την επιτυχή κοινωνική ένταξή του, εφόσον τα Μαθηματικά:

Ασκούν τον μαθητή στην μεθοδική σκέψη, στην ανάλυση, στην αφαίρεση, στη γενίκευση, στην εφαρμογή, στην κριτική και στις λογικές διεργασίες και τον διδάσκουν να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια.

Αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, την επιμονή, την πρωτοβουλία, τη δημιουργική φαντασία, την ελεύθερη σκέψη, καλλιεργούν την αίσθηση της αρμονίας, της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό πνεύμα.

Είναι απαραίτητα στην καθημερινή ζωή και ιδιαίτερα στο χώρο εργασίας αλλά και για την ανάπτυξη και εξέλιξη των άλλων επιστημών και ιδιαίτερα της Τεχνολογίας, της Οικονομίας και των Κοινωνικών Επιστημών.

2. Άξονες, Γενικοί στόχοι, Θεμελιώδεις έννοιες Διαθεματικής προσέγγισης

Ι. ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Τάξη	Άξονες γνωστικού περιεχομένου	Γενικοί στόχοι (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες)	Ενδεικτικές Θεμελιώδεις έννοιες Διαθεματικής προσέγγισης
A, B, Γ, Δ, Ε, ΣΤ	<i>Επίλυση προβλημάτων</i>	Οι μαθητές εξερευνούν μία κατάσταση, κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, διατυπώνουν διαφορετικά το ίδιο πρόβλημα, αναγνωρίζουν και περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις, χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην καθημερινή ζωή και εξοικειώνονται με τις νέες τεχνολογίες.	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Επικοινωνία Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα - Διαφορά
A	<i>Αριθμοί και πράξεις</i>	Οι μαθητές επιδιώκονται: Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 100. Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με αριθμούς που δεν ξεπερνούν το 20. Να εξοικειωθούν με καταστάσεις επανάληψης ίσων ποσοτήτων και διαμερισμού (μερισμού).	Μεταβολή Επικοινωνία Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	<i>Μετρήσεις</i>	Να έχουν μια πρώτη επαφή με τις έννοιες: μήκος, χρόνος, χρήμα, μάζα. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα- Διαφορά
	<i>Γεωμετρία</i>	Να εξασκούνται στον προσανατολισμό στο χώρο, στη σχεδίαση, αναπαραγωγή, αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση σχημάτων. Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα. Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα.	Μεταβολή Σύστημα Επικοινωνία Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα- Διαφορά
B	<i>Αριθμοί και πράξεις</i>	Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1000. Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με αριθμούς που δεν ξεπερνούν το 100. Να χρησιμοποιούν την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό. Να κατανοήσουν την έννοια του διαμερισμού (μερισμού).	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Πολτισμός Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	<i>Μετρήσεις</i>	Να εφαρμόζουν τη διαδικασία μέτρησης μήκους και επιφανειών με συμβατικές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Να εξασκούνται στη μέτρηση χρόνου, χρήματος και μάζας. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	<i>Γεωμετρία</i>	Να εξασκούνται στη σχεδίαση, αναπαραγωγή σχημάτων και να αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά των σφηνάτων αψιδών.	Μεταβολή Σύστημα

		<p>αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά των σχημάτων αυτών.</p> <p>Να καθορίζουν σημεία και να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες.</p> <p>Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες.</p> <p>Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα.</p> <p>Να παρατηρούν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας και να συμπληρώνουν το συμμετρικό ενός σχήματος.</p>	Χώρος-Χρόνος Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
Γ	Αριθμοί και πράξεις	<p>Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν αριθμούς μέχρι το 10.000.</p> <p>Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης φυσικών αριθμών που δεν ξεπερνούν το 1.000.</p> <p>Να γνωρίσουν τα κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς στους δεκαδικούς αριθμούς.</p> <p>Να εξοικειωθούν με τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης φυσικών αριθμών.</p>	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	Μετρήσεις	<p>Να γνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις μονάδες μέτρησης μήκους, χρόνου και μάζας.</p> <p>Να αναγνωρίζουν ένα μοτίβο και να διαπιστώνουν ότι η διαδικασία επανάληψης συνεχίζεται επ' άπειρον.</p>	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Χώρος-Χρόνος
	Γεωμετρία	<p>Να εξασκούνται στην περιγραφή, αναπαραγωγή και σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σωμάτων καθώς και στην εφαρμογή τεχνικών σχεδίασης κάθετων ευθειών με τη βοήθεια των γεωμετρικών οργάνων.</p> <p>Να γνωρίσουν τις έννοιες, κορυφή, ακμή, ορθή γωνία και έδρα.</p> <p>Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα.</p>	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Συμμετρία Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά Έδρα
Δ	Αριθμοί και πράξεις	<p>Να μπορούν να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν αριθμούς μέχρι το 1.000.000.</p> <p>Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης φυσικών αριθμών που δεν ξεπερνούν το 1000.</p> <p>Να εξασκηθούν στις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς και δεκαδικά κλάσματα.</p>	Μεταβολή Σύστημα Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	Μετρήσεις	<p>Να εξασκούνται στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, χρόνου, χρήματος, μάζας και αισθητικά της χωρητικότητας.</p> <p>Να εξασκηθούν σε απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης και να μπορούν να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις με συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.</p>	Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Πολιτισμός Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά
	Γεωμετρία	<p>Να εξασκούνται με τη βοήθεια οργάνων στην χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών και στο σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων.</p> <p>Επίσης στον υπολογισμό περιμέτρου απλών σχημάτων.</p> <p>Να κατανοήσουν αισθητικά την έννοια του εμβαδού.</p> <p>Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p>	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά Συμμετρία
	Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων	<p>Να εξασκούνται στη συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία ερευνητικών δεδομένων.</p> <p>Να γνωρίσουν την έννοια της πιθανότητας.</p>	Μεταβολή Σύστημα Οργάνωση
Ε	Αριθμοί και πράξεις	<p>Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν φυσικούς μέχρι το 1.000.000.000, καθώς επίσης κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς.</p> <p>Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης φυσικών, κλασματικών και δεκαδικών αριθμών.</p> <p>Να εκτελούν πρόσθεση και αφαίρεση συμμιγών αριθμών.</p> <p>Να υπολογίζουν τα πολλαπλάσια του 2, 3, 4, 5, ..., 10 και να γνωρίζουν ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 2, το 5 και το 10.</p>	Σύστημα Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά

	<i>Μετρήσεις</i>	<p>Να σταθεροποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειωθούν με τη χρήση των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη, να περιγράφουν και να επεκτείνουν απλά αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Πολιτισμός Ομοιότητα-Διαφορά</p>
	<i>Γεωμετρία</i>	<p>Να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να υπολογίζουν τις περιμέτρους και τα εμβαδά βασικών γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και το μήκος ενός κύκλου.</p> <p>Να γνωρίζουν την ονομασία γωνιών και τριγώνων, να τα ταξινόμούν και να τα κατασκευάζουν.</p> <p>Να εξασκούνται στη κατασκευή αναπτυσμάτων απλών στερεών.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά Ταξινόμηση</p>
	<i>Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων</i>	<p>Να εισαχθούν στην έννοια του διατεταγμένου ζεύγους.</p> <p>Να εξασκηθούν στην ανάγνωση και κατασκευή ραβδογράμματος, εικονογράμματος και γραφικών παραστάσεων, καθώς και στην οργάνωση δεδομένων σε πίνακες.</p> <p>Να εξοικειωθούν με την έννοια της πιθανότητας, να διατυπώνουν προβλέψεις και να υπολογίζουν το μέσο όρο.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά Πιθανότητα</p>
ΣΤ	<i>Αριθμοί και πράξεις</i>	<p>Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν φυσικούς, κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς καθώς και να εκτελούν όλες τις πράξεις τους.</p> <p>Να γνωρίζουν ποιοι αριθμοί διαιρούνται με 2, 3, 4, 5, 9, 10 και 25.</p> <p>Να γνωρίζουν την ανάλυση φυσικών αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και δυνάμεις αριθμών.</p>	<p>Σύστημα Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά Ανάλυση-σύνθεση</p>
	<i>Μετρήσεις</i>	<p>Να σταθεροποιούν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειώνονται με τις χρήσεις των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διατυπώνουν έναν κανόνα για κάποιο απλό αριθμητικό ή το γεωμετρικό μοτίβο.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά</p>
	<i>Γεωμετρία</i>	<p>Να εξασκούνται στον σχεδιασμό ευθύγραμμων σχημάτων και κύκλων με κανόνα (χάρακα) και διαβήτη.</p> <p>Να υπολογίζουν το μήκος κύκλου και εμβαδόν κυκλικού δίσκου, τα εμβαδά και τους όγκους βασικών στερεών σχημάτων.</p> <p>Να αναπαράγουν, να κατασκευάζουν και να συγκρίνουν γωνίες.</p> <p>Να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα και να διενεργούν μεταφορές, μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά Συμμετρία</p>
	<i>Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων Στατιστική</i>	<p>Να εξασκούνται στη συλλογή και καταγραφή των δεδομένων ενός προβλήματος, στην κατασκευή πινάκων δεδομένων και γραφικών παραστάσεων (ραβδογράμματα, ιστογράμματα), στη μετατροπή προφορικών ή γραπτών περιγραφών δεδομένων σε γραφικές παραστάσεις και αντιστρόφως και στη διατύπωση προβλέψεων για την εξέλιξη ενός φαινομένου.</p> <p>Να εξοικειωθούν με την έννοια του διατεταγμένου ζεύγους και να υπολογίζουν το μέσο όρο.</p>	<p>Μεταβολή Σύστημα Επικοινωνία Χώρος-Χρόνος Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά</p>
	<i>Λόγοι και αναλογίες</i>	<p>Να γνωρίζουν την απλή μέθοδο των τριών.</p> <p>Να κατανοούν και να εφαρμόζουν τις έννοιες του λόγου, της αναλογίας και του ποσοστού.</p>	<p>Σύστημα Ατομο – Σύνολο Αναλογία</p>
	<i>Εξισώσεις</i>	<p>Να λύνουν απλές εξισώσεις με τη βοήθεια του ορισμού των πράξεων.</p>	<p>Σύστημα Ατομο – Σύνολο Ομοιότητα- Διαφορά</p>

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- HUGHES M (1996) *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών. Δυσκολίες στην εκμάθηση των Μαθηματικών* (Αθήνα, «Gutenberg»).
- GELMAN R- GALISTEL C (1978) *The Child's Understanding of Number* (Η κατανόηση των αριθμών από το παιδί) (Harvard University Press).
- ΚΑΨΑΛΗΣ ΑΧ-ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ ΧΑΡ (1999) *σύγχρονες τάσεις της διδακτικής των Μαθηματικών*, («Μακεδόν», περιοδική έκδοση Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας, τ.6,σελ.95-115)
- ΛΑΦΟΡΓΚ ΛΟΡΑΝ: *Τα μαθηματικά της Ζωής. Η αλήθεια και η ομορφιά των Μαθηματικών* (Συνέντευξη στην εφημερίδα «Το Βήμα της Κυριακής», 27-2-2005, σελ. 4/32 και 5/57).
- ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ ΧΑΡ (2003) *Μια νέα διδακτική πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου* (Αθήνα, «Πατάκης»).
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2006) *Τα Μαθηματικά και η ανθρώπινη νοημοσύνη* ("Ταχυδρόμος, Βόλος 6-4-2006).
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2005) *Τεχνολογία και εκπαίδευση στην Ευρώπη*. (Perfection vol. 6 num. 6 6/2005. France)
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2005) *Η τεχνολογία της εκπαίδευσης*. (Perfection vol. 6 num. 6 6/2005)
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2005) *Νοητικά σχήματα και μεθοδολογία*. (Perfection vol. 6 num. 7 7/2005)

- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2005) *Τεχνολογία και άνθρωπος*.
(Perfection vol. 6 num. 7 7/2005)
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2006) *Δομικά στοιχεία στην ανάπτυξη του παιδιού*.
(Perfection vol. 7 num. 5 5/2006)
- LYGEROS N (2006) *Leonardo da Vinci en tant paradigme*.
(Perfection vol. 7 num. 5 5/2006)
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2006) *Μαθηματικά και Νοημοσύνη*.
(Perfection vol. 7 num. 4 4/2006)
- LYGEROS N (2006) *Eléments de l'esprit universel de Leonardo Da Vinci*.
(Perfection vol. 7 num. 1 1/2006)
- ΛΥΓΕΡΟΣ Ν (2006) *Γνωστικό όριο και διδακτική των Μαθηματικών*.
(Perfection vol. 6 num. 10 11/2005)
- LYGEROS N,KOROULOS B,DRIGAS A. (2005) *Adaptive Encryption Protocols*
(WSEAS TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, Issue 8, Volume
4, pp
694-700,)
- PIAGET J (1952) *The Child's Conception of Number* {Η σύλληψη (της
Έννοιας) των αριθμών από το παιδί} (London, «Routledge»).
- Φ.Ε.Κ. 303, τεύχος Β', 13-3-2003.

[1] Φ.Ε.Κ. 303, Τ. Β', 13-3-2003, σελίδα 3983.

[2] Ό.π., σελ.3897.